Complément du cours: **somme de deux variables normales**

Procédé

Lors du cours, nous avons considéré deux variables normales **a** et **b**, ainsi que leur somme **c**.

Avec la loi de propagation de variance, nous avons établi la formule générale pour l'écart-type de **c** = σ_c .

Avec l'hypothèse $\sigma_a = \sigma_b = \sigma_0 = 1$, la formule ne dépend que de la corrélation entre **a** et **b** = ρ_{ab} .

L'animation comprend plusieurs étapes.

a) Générer **1000** valeurs de **a** autour de **10** avec un écart-type de 1.
L'histogramme illustre une réalisation de **a** $\in$ **N(10,1)**.

b) Générer **1000** valeurs de **b** autour de **20** avec un écart-type de 1.
L'histogramme illustre une réalisation de **b** $\in$ **N(20,1)**.

c) Calculer **1000** valeurs de **c** .
L'histogramme illustre une réalisation de **c** $\in$ **N(30,**σ_c**)**.
L'écart-type σ_c est estimé avec les formules de l'exercice 2.

d) Répéter b) et c) avec une corrélation entre **a** et **b** croissant de **0** à **+1**, puis décroissant de **0** à **–1**.

e) Pour des valeurs particulières de ρ_{ab} , comparer la valeur théorique de σ_c selon la loi de propagation de variance et sa valeur empirique obtenue avec les échantillons de **a** et de **b**.

Visualisation

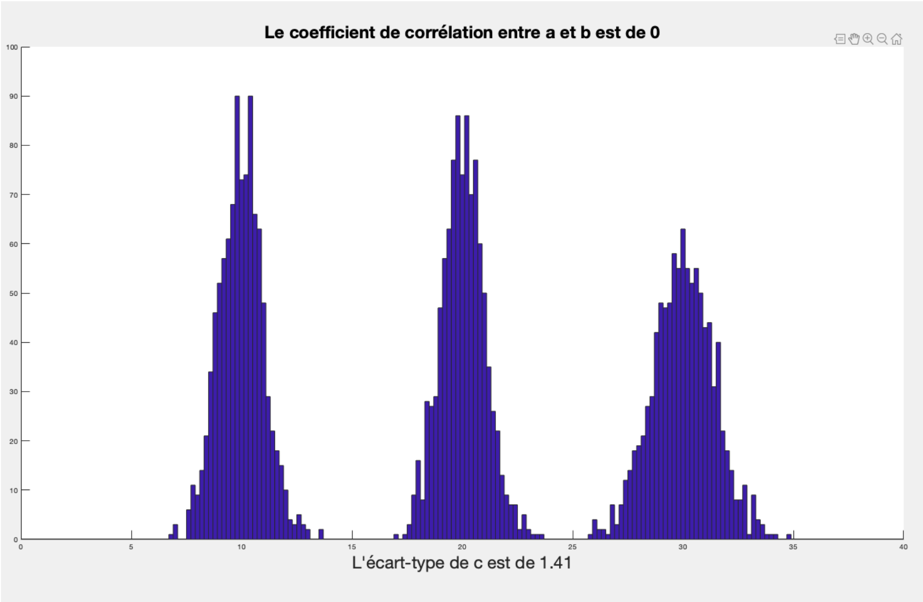
Les captures d'écran ci-dessous illustrent les situations qui ont fait l'objet d'une comparaison explicite. Dans tous les cas, la correspondance est très bonne. Ce résultat est prévisible grâce à la taille importante de l'échantillon.

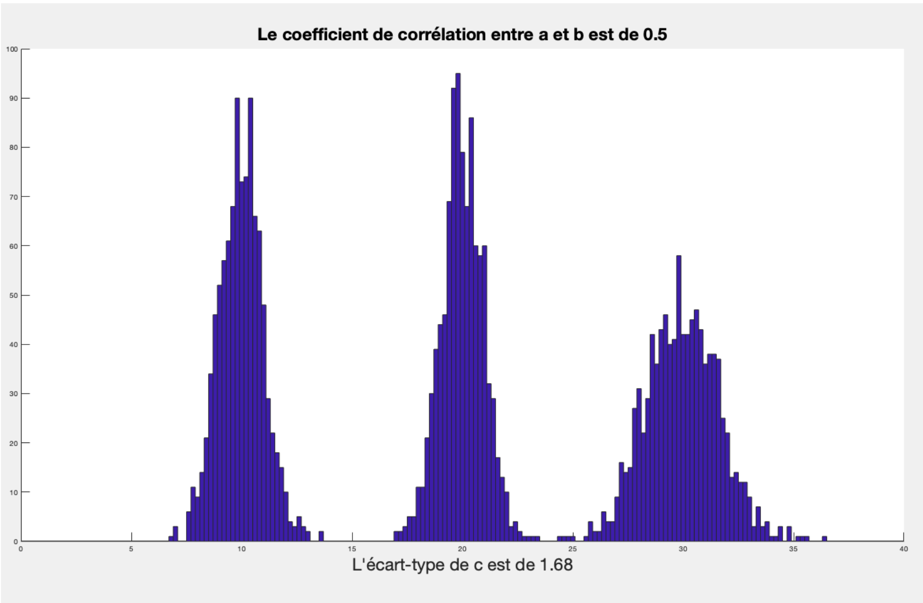
Remarque

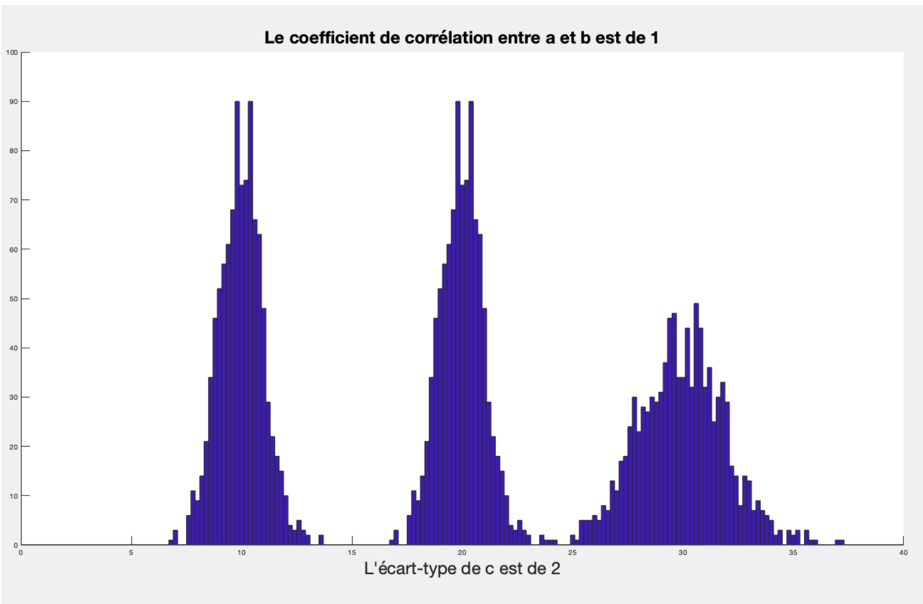
La loi de propagation de variance n'exige aucune hypothèse quant à la distribution des variables aléatoires. A ce stade, disons qu'elle s'applique particulièrement bien à des variables normales. Notamment, on constate que l'histogramme de **c** illustre bien une cloche.

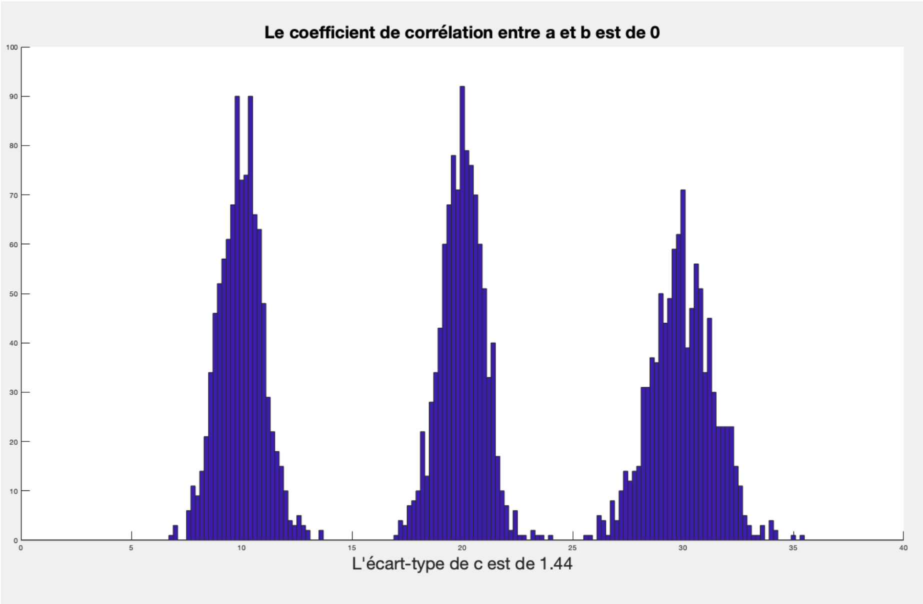
On rappelle ici le *théorème central limite*. En langage ordinaire: "Le mélange de variables aléatoires tend vers la loi normale".

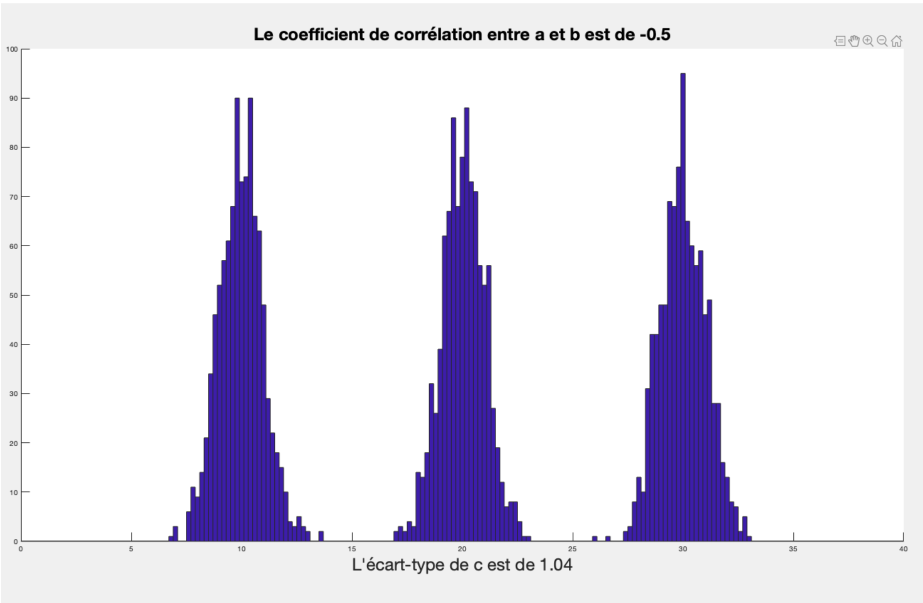
Pour des variables non-normales dont on connaît la distribution, on peut recourir à des simulations Monte-Carlo. Toutefois la loi normale est souvent adéquate pour modéliser des erreurs de mesure.

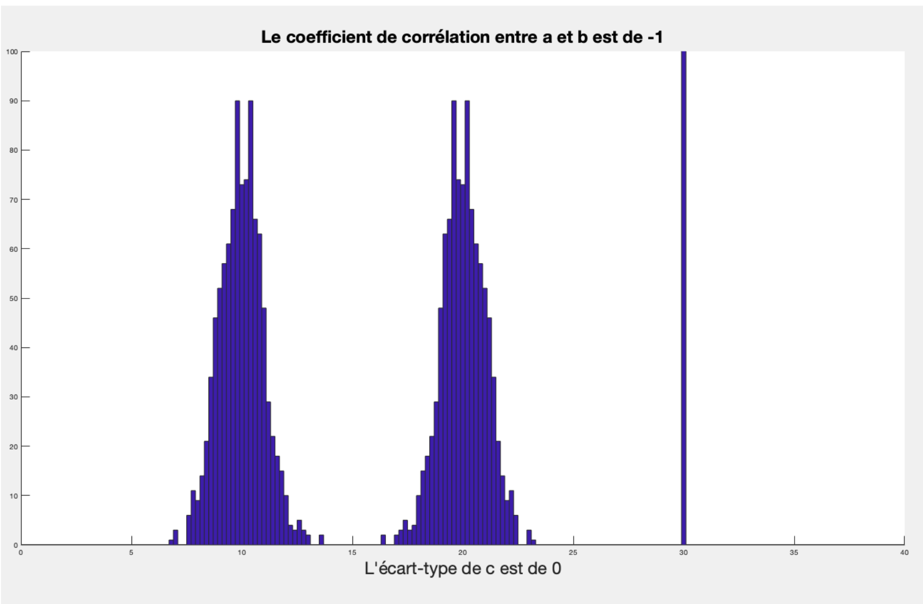

Le coefficient de corrélation entre a et b est de 0
L'écart-type de c est de 1.41


Le coefficient de corrélation entre a et b est de 0.5
L'écart-type de c est de 1.68


Le coefficient de corrélation entre a et b est de 1
L'écart-type de c est de 2


Le coefficient de corrélation entre a et b est de 0
L'écart-type de c est de 1.44


Le coefficient de corrélation entre a et b est de -0.5
L'écart-type de c est de 1.04


Le coefficient de corrélation entre a et b est de -1
L'écart-type de c est de 0